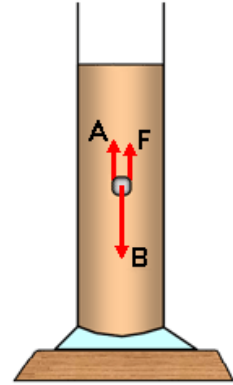


Μέτρηση συντελεστή ιξώδους

1. Θεωρία

Όταν ένα σφαιρίδιο πυκνότητας ρ_σ αφήνεται να πέσει κατακόρυφα εντός υγρού πυκνότητας ρ_ν , ενεργούν πάνω του: το βάρος του \vec{B} , η άνωση \vec{A} και η αντίσταση \vec{F} από το υγρό (Εικόνα 1). Η αντίσταση του υγρού περιγράφεται από το νόμο του Stokes: $F_{αντ} = 6\pi\mu r v$, όπου μ είναι ο συντελεστής ιξώδους του υγρού, r η ακτίνα του σφαιριδίου και v η ταχύτητά του. Καθώς η άνωση και το βάρος κατά τη διάρκεια της κίνησης εντός του υγρού είναι σταθερές, ενώ η αντίσταση του υγρού αυξάνεται με την αύξηση της ταχύτητας, η κίνηση του σφαιριδίου είναι αρχικά επιταχυνόμενη. Όμως για κάποια τιμή της ταχύτητας η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν στο σφαιρίδιο μηδενίζεται, και από το σημείο αυτό το σφαιρίδιο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η τιμή αυτή της ταχύτητας ονομάζεται *οριακή ταχύτητα*. Από τη συνθήκη ισορροπίας $\sum \vec{F} = 0$ προκύπτει:



Εικόνα 1

$$A + F - B = 0 \Rightarrow \rho_\nu g V + 6\pi\mu r v_{op} - mg = 0, \text{ και τελικά : } v_{op} = \frac{2}{9} \frac{\rho_\sigma - \rho_\nu}{\mu} g r^2.$$

Από την παραπάνω σχέση συμπεραίνουμε πως η γραφική παράσταση $v_{op} = f(r^2)$ είναι ευθεία γραμμή, από την κλίση της οποίας μπορεί να υπολογιστεί ο συντελεστής ιξώδους του υγρού.

2. Προεργασία

α. Σε ογκομετρικό κύλινδρο μάζας 113,6 g τοποθετήσαμε 66 ml παχύρευστου υγρού απορρυπαντικού πιάτων. Στη θερμοκρασία περιβάλλοντος, η μάζα του σωλήνα και του περιεχόμενου απορρυπαντικού βρέθηκε 181,7 g και συνεπώς η «καθαρή» μάζα του απορρυπαντικού υπολογίστηκε ως: $181,7 \text{ g} - 113,6 \text{ g} = 68,1 \text{ g}$. Τελικά η πυκνότητα του υγρού υπολογίστηκε:

$$\rho_\nu = \frac{m}{V} = \frac{68,1 \text{ g}}{66 \text{ ml}} = 1,032 \frac{\text{g}}{\text{ml}} \quad \text{ή} \quad 1032 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

β. Η μάζα 4 ατσάλινων σφαιριδίων -διαμέτρου 8mm το καθένα- βρέθηκε ίση με 8 g. Η πυκνότητα των σφαιριδίων υπολογίστηκε:

$$\rho_\sigma = \frac{m}{V} = \frac{m}{4 \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)} = \frac{8}{1,072 \text{ ml}} = 7,463 \frac{\text{g}}{\text{ml}} \quad \text{ή} \quad 7463 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Το αποτέλεσμα -με μικρές αποκλίσεις- επιβεβαιώθηκε και με άλλα ατσάλινα σφαιρίδια διαφορετικών διαστάσεων.

γ. Σε γυάλινο δοχείο ζέσης που το γεμίσαμε με το παχύρευστο υγρό απορρυπαντικό, σημειώσαμε με τη βοήθεια μαρκαδόρου δύο χαραγές σε κατακόρυφη απόσταση μεταξύ τους $y = 5 \text{ cm}$. Εν συνεχεία βιντεοσκοπήσαμε την κίνηση εντός του υγρού 9 διαφορετικών ατσάλινων σφαιριδίων με διαμέτρους μεταξύ 8 mm και 4 mm. Το βίντεο «Viscosity.mp4» που προέκυψε μπορεί να ανακτηθεί μέσω του συνδέσμου: <https://www.youtube.com/watch?v=irChFpp4DGk>.



Εικόνα 2: Στιγμιότυπο από το βίντεο

3. Ανάλυση του βίντεο

α. Μεταφορτώνουμε το συγκεκριμένο βίντεο στον και το ανοίγουμε στο Tracker.

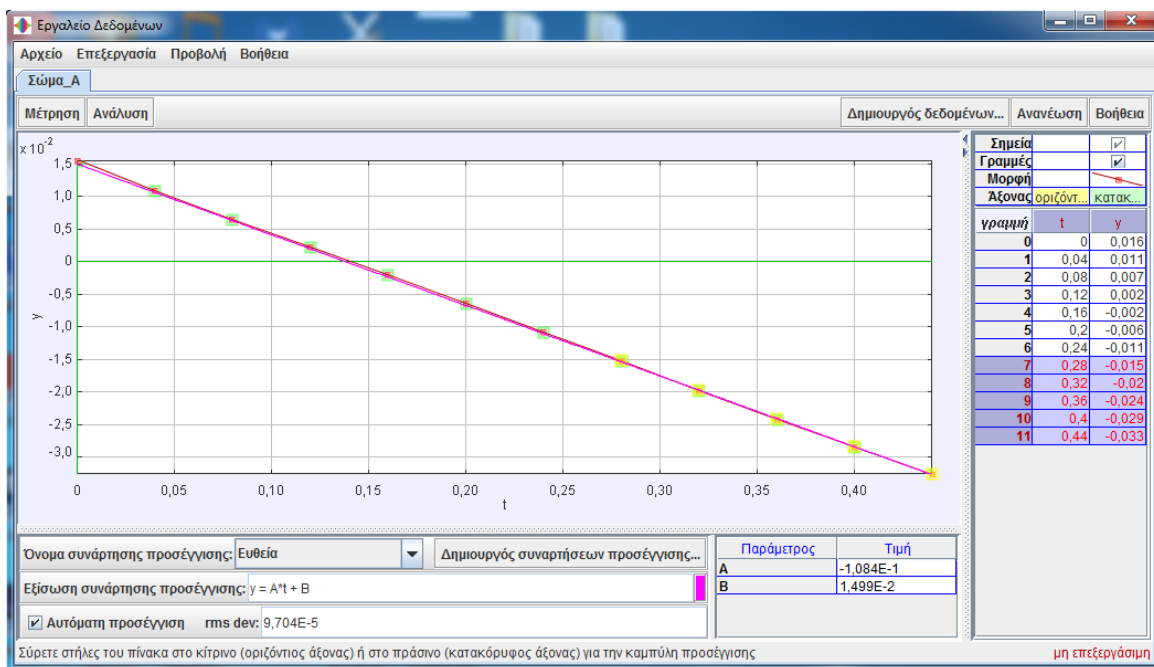
β. Δημιουργούμε μια ράβδο βαθμονόμησης μήκους 0,05m, και τοποθετούμε τα άκρα της στις δύο οριζόντιες γραμμές που έχουν σημειωθεί στην εξωτερική επιφάνεια του γυάλινου δοχείου. Μετά τη δημιουργία της, μπορούμε να αποκρύψουμε τη ράβδο βαθμονόμησης.

γ. Με τη βοήθεια του εργαλείου «Ρυθμίσεις βίντεο κλιπ» ορίζουμε ως αρχικό καρέ το καρέ 233, τελικό το καρέ 244 και μέγεθος βήματος 1.

δ. Δημιουργούμε ένα υλικό σημείο με το όνομα «Σώμα Α» για την ιχνηλασία των εντός του υγρού κινούμενων σφαιριδίων. Με Ctrl + Shift + κλικ σημειώνουμε το ίχνος του σφαιριδίου των 8 mm στο πρώτο καρέ του βίντεο κλιπ. Στο παράθυρο «Αυτόματο μαρκάρισμα» επιλέγουμε «Έρευνα» και το Tracker ολοκληρώνει την αυτόματη ιχνηλασία του πρώτου σφαιριδίου.

ε. Με διπλό κλικ στην περιοχή γραφικών παραστάσεων (πάνω δεξιό μέρος του κεντρικού παραθύρου του Tracker) ανοίγουμε το «Εργαλείο δεδομένων» στο οποίο απεικονίζεται η γραφική παράσταση θέσης – χρόνου για το υλικό σημείο «Σώμα Α» που αντιστοιχεί στο σφαιρίδιο διαμέτρου 8 mm (Εικόνα 3). Επιλέγουμε μικρό αριθμό (π.χ. 5) σημείων στο τέλος της γραφικής πα-

ράστασης και σχεδιάζουμε την καλύτερη ευθεία προσαρμογής στα δεδομένα (επιλέγοντας «Καμπύλες προσέγγισης» στο μενού «Ανάλυση» και εν συνεχεία «Ευθεία» στο «Όνομα συνάρτησης προσέγγισης»). Το Tracker προσδιορίζει την εξίσωση της καλύτερης ευθείας, από την κλίση της οποίας προσδιορίζουμε την τιμή της οριακής ταχύτητας που αποκτάει το σφαιρίδιο ατά την κίνησή του μέσα στο υγρό: $v_{op} = 0,1084 \text{ m/s}$.



Εικόνα 3: Γραφική παράσταση θέσης - χρόνου για το πρώτο σφαιρίδιο

Στ. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία και για τα υπόλοιπα σφαιρίδια που την κίνηση των οποίων έχουμε καταγράψει στο βίντεο, και παίρνουμε τα αποτελέσματα που φαίνονται στον Πίνακα (1).

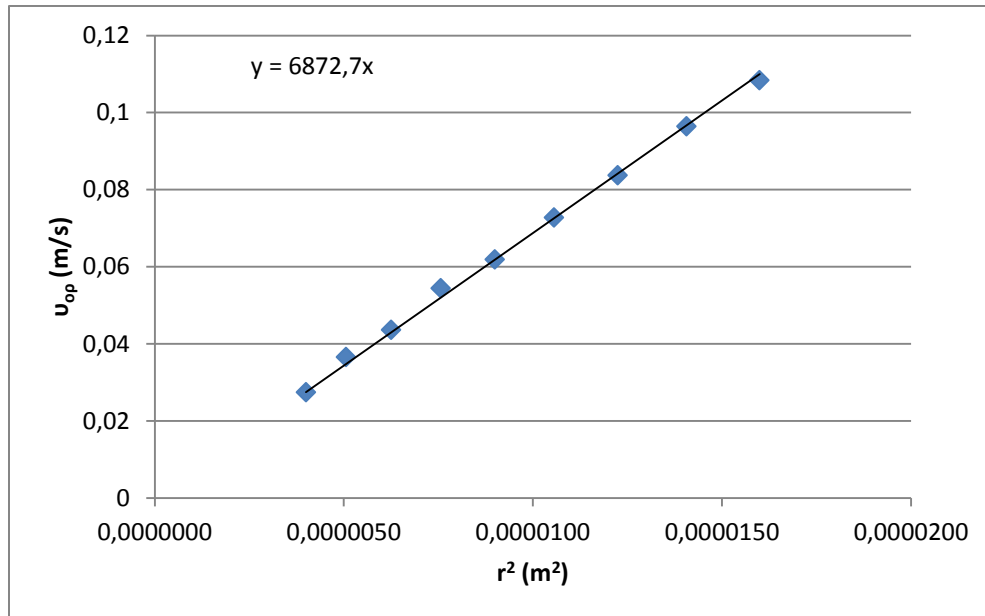
Πίνακας 1: Τα πειραματικά δεδομένα

Καρέ Αρχή	Καρέ Τέλος	Διάμετρος σφαιριδίου d (mm)	ακτίνα r (m)	r^2 (m ²)	Οριακή ταχύτητα v_{op} (m/s)
233	244	8,0	0,00400	0,0000160	0,10840
336	347	7,5	0,00375	0,0000141	0,09646
442	455	7,0	0,00350	0,0000123	0,08372
552	568	6,5	0,00325	0,0000106	0,07275
664	684	6,0	0,00300	0,0000090	0,06192
775	797	5,5	0,00275	0,0000076	0,05441
912	939	5,0	0,00250	0,0000063	0,04363
1059	1092	4,5	0,00225	0,0000051	0,03652
1209	1251	4,0	0,00200	0,0000040	0,02743

Στις μετρήσεις του Πίνακα (1) έχουμε διατηρήσει περισσότερα δεκαδικά ψηφία από αυτά που επιβάλλει η ακρίβεια των μετρήσεων, καθώς ακολουθεί περαιτέρω επεξεργασία μέσω της γρα-

φικής παράστασης, και προς αποφυγή επιπλέον σφαλμάτων λόγω στρογγυλοποίησης.

ζ. Με τη βοήθεια του Excel σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση $v_{op} = f(r^2)$.



Εικόνα 4: Γραφική παράσταση $v_{op} = f(r^2)$

Σχεδιάζουμε επίσης (Εικόνα 4) και την ευθεία που προσεγγίζει καλύτερα τα πειραματικά δεδομένα. Η κλίση της ευθείας προκύπτει ίση με : $\alpha = 6873 \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$. Από τη θεωρητική μελέτη όμως έχουμε :

$$a = \frac{2}{9} \frac{\rho_{\sigma} - \rho_{\nu}}{\mu} g \Rightarrow \mu = \frac{2}{9} \frac{\rho_{\sigma} - \rho_{\nu}}{\alpha} g \Rightarrow$$

$$\mu = 2,0 \text{ Pa} \cdot \text{s} \quad \text{ή} \quad \mu = 2000 \text{ cP}$$

4. Εναλλακτική λύση

Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί το βίντεο «Steel Ball Dropped in a Viscous Fluid». Πρόκειται για μια παραγωγή του MIT που μπορείτε να μεταφορτώσετε στον υπολογιστή σας από το σύνδεσμο: <https://www.youtube.com/watch?v=K389Fw2U5sk>. Χρησιμοποιούνται ατσάλινα σφαιρίδια που αφήνονται να κινηθούν σε σιρόπι καλαμποκιού πυκνότητας περίπου 1,3 g/ml. Στο εν λόγω βίντεο η απόσταση των σφαιριδίων από τα τοιχώματα του δοχείου καθώς πέφτουν είναι μικρή, και συνεπώς οι υπολογισμοί με αυτή τη διαδικασία οδηγούν σε σημαντικότερα σφάλματα στον υπολογισμό του ιξώδους του ρευστού.