

## Σύνθεση Ταλαντώσεων - Διακρότημα

Με χρήση παλμογράφου & γεννητριών συχνότητας

**Διάρκεια:** Μία διδακτική ώρα

**Είδος:** Μετωπικό εργαστήριο – συνδυασμός με θεωρία

**Βαθμός δυσκολίας:** Εύκολη. Χρειάζεται προσοχή στη ρύθμιση της συχνότητας της γεννήτριας.

### 1. Σκοπός:

Να γίνει κατανοητός ο τρόπος δημιουργίας του διακροτήματος, ως αποτέλεσμα μιας ειδικής περίπτωσης σύνθεσης αρμονικών ταλαντώσεων.

### 2. Προσδοκώμενα αποτελέσματα - στόχοι

Οι μαθητές

- Να χρησιμοποιούν τον παλμογράφο ως όργανο μέτρησης γνωστών τους μεγεθών όπως η συχνότητα η περίοδος και το πλάτος (*Δραστηριότητα Α*)
- Να υπολογίζουν από τα χαρακτηριστικά του διακροτήματος (μέγιστο πλάτος, περίοδος) τα πλάτη και τις συχνότητες των συνιστωσών ταλαντώσεων. (*Δραστηριότητα Β*)
- Να αντιληφθούν φυσικά (ήχος-εικόνα) το φαινόμενο του διακροτήματος. (*Δραστηριότητες Γ,Ε*)
- Να αντιλαμβάνονται τον ρόλο που παίζουν τα χαρακτηριστικά μεγέθη των επιμέρους ταλαντώσεων (πλάτος – συχνότητα) στην μορφή της σύνθετης ταλάντωσης. (*Δραστηριότητα Γ*)
- Να είναι σε θέση, έχοντας κατανοήσει τον τρόπο δημιουργίας και την μορφή του διακροτήματος, να το δημιουργούν επιλέγοντας την κατάλληλη μορφή συνιστωσών ταλαντώσεων. (*Δραστηριότητα Δ*)

### 3. Θεωρία:

- Δύο αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις της μορφής  $y_1 = A \cdot \eta\mu(\omega_1 \cdot t)$  και  $y_2 = A \cdot \eta\mu(\omega_2 \cdot t)$  όπου  $\omega_1 \approx \omega_2$  και εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση, έχουν ως αποτέλεσμα μια σύνθετη ταλάντωση της οποίας το πλάτος  $\Delta$  μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο:

$$y = \Delta \cdot \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right) \quad \text{όπου} \quad \Delta = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

- Η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι περίπου ίση με αυτές των συνιστωσών:

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

- Η αυξομείωση του πλάτους από 0 έως  $2A$  λέγεται “διακρότημα”. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς ορίζεται ως περίοδος του διακροτήματος:

$$T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$$

#### 4. Διάταξη – Υλοποίηση:

Για την υλοποίηση της άσκησης θα χρειαστούν (ανά ομάδα εργασίας):

- 1 παλμογράφος
- 2 γεννήτριες συχνοτήτων
- Καλώδια σύνδεσης παλμογράφου – γεννητριών.

*Ρυθμίσεις συσκευών*

- **Παλμογράφος** ([Luyang YB43280](#))

Το κουμπί του παλμογράφου SWEEP MODE στη θέση AUTO. Αν κάποια στιγμή χρειαστεί σταθεροποίηση της ένδειξης, χρησιμοποιούμε και το κουμπί LOCK.

Και τα δυο χειριστήρια πλάτους σήματος του παλμογράφου, στην ένδειξη 1V/div.

Το κουμπί sec/div (σάρωση) του παλμογράφου στην ένδειξη 1ms/div. Το χειριστήριο Variable στην θέση CAL.

- **Γεννήτριες** ([Luyang YB16200](#))

Το κουμπί DC OFFSET στο OFF

Το κουμπί ημιτονοειδούς καμπύλης να είναι πατημένο.

Επιλέγουμε συχνότητες γύρω στα 1 - 1.5 K Hz

Από το κουμπί AMPLITUDE ρυθμίζουμε το πλάτος του σήματος. (Να είναι κοντά στο min)

- **Συνδέσεις**

Κάθε γεννήτρια συνδέεται (SIGNAL OUT) σε ένα κανάλι εισόδου (CH1/CH2) του παλμογράφου.

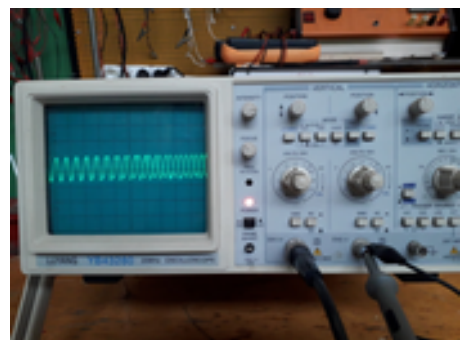
Στις εξόδους PowerOut των γεννητριών μπορούμε να συνδέσουμε (προαιρετικά) ένα ζευγάρι ηχεία ώστε να ακουστεί το διακρότημα.

Σε κάθε θέση εργασίας βρίσκονται τοποθετημένες και συνδεδεμένες δύο γεννήτριες και ένας παλμογράφος.



#### 5. Διαδικασία

- Αρχικά εμφανίζονται στην οθόνη του παλμογράφου μέσω των επιλογών Ch1/Ch2 τα δύο σήματα ξεχωριστά. Από τη αναλογία Volt/Div και Sec/Div γίνεται μέτρηση του πλάτους και της περιόδου/συχνότητας του σήματος. Σχολιάζεται η αρμονική μορφή του σήματος.
- Στην συνέχεια εμφανίζονται τα δύο σήματα μαζί (ο επιλογέας Ch στην θέση Dual), ώστε να γίνει εμφανής η μικρή διαφορά στις συχνότητες.



- Επιλέγοντας την πρόσθεση των σημάτων (Add) εμφανίζεται στην οθόνη του παλμογράφου η μορφή του διακροτήματος, με την προϋπόθεση ότι τα πλάτη είναι ίσα και οι συχνότητες παραπλήσιες.
- Από την μορφή του διακροτήματος γίνεται υπολογισμός της περιόδου και του πλάτους του διακροτήματος και συνδέεται με αυτά των συνιστωσών
- Επιλέγοντας δύο νέες συχνότητες και πλάτη οι μαθητές προσπαθούν να ξαναδημιουργήσουν διακρότημα, εφαρμόζοντας την γνώση που απέκτησαν.

**Παρατηρήσεις:**

- A.** Οι μαθητές έχουν ήδη εξασκηθεί στις βασικές λειτουργίες του παλμογράφου και της γεννήτριας συχνοτήτων. Αυτό μπορεί να έχει γίνει σε εισαγωγική δραστηριότητα στην αρχή της σχολικής χρονιάς.
- B.** Η κλίμακα της γεννήτριας συχνοτήτων είναι ενδεικτική και παρουσιάζει αποκλίσεις από τις μετρούμενες τιμές των συχνοτήτων. (Μπορεί να ελεγχθεί και με την βοήθεια του παλμογράφου)
- Γ.** Η μέτρηση της περιόδου του διακροτήματος, στην περίπτωση που η εικόνα στον παλμογράφο δεν σταθεροποιείται, μπορεί να γίνει με φωτογράφιση και μέτρηση του χρόνου στην φωτογραφία, ή ακόμα και με βιντεοσκόπηση και πάγωμα συγκεκριμένου στιγμιότυπου που μας ενδιαφέρει.
- Δ.** Είναι χρήσιμο οι μαθητές να ακούσουν το Διακρότημα (η με τη χρήση μεγαφώνου στις γεννήτριες ή με την βοήθεια λογισμικού). Αυτό μπορεί να γίνει κατά την διάρκεια της δραστηριότητας Γ.
- Ε.** Παράλληλα με την δημιουργία του διακροτήματος, μπορεί συμπληρωματικά να χρησιμοποιηθεί η προσομοίωση που βρίσκεται στην σελίδα: <http://www.seilias.gr/images/stories/html5/beats.html>
- ΣΤ.** Αντί για την χρήση ηχείου στην έξοδο των γεννητριών θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και λογισμικό γεννήτριας συχνοτήτων. Υπάρχουν για κινητά τηλέφωνα (π.χ. [Frequency Sound Generator](#)) αλλά και για τον Η/Υ (π.χ. <http://onlinetonegenerator.com>)

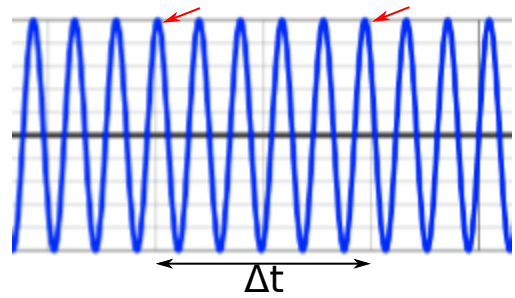
**Μαθηματική επεξεργασία – ενδεικτικές μετρήσεις.**

1. Μέτρηση συχνότητας: Μετράμε τον αριθμό των επαναλήψεων (...κορυφών) σε ορισμένο χρονικό διάστημα.

$$f_1 = \frac{N_1}{\Delta t_1} \approx \frac{3}{2} \text{ ms} = 1,5 \text{ kHz}$$

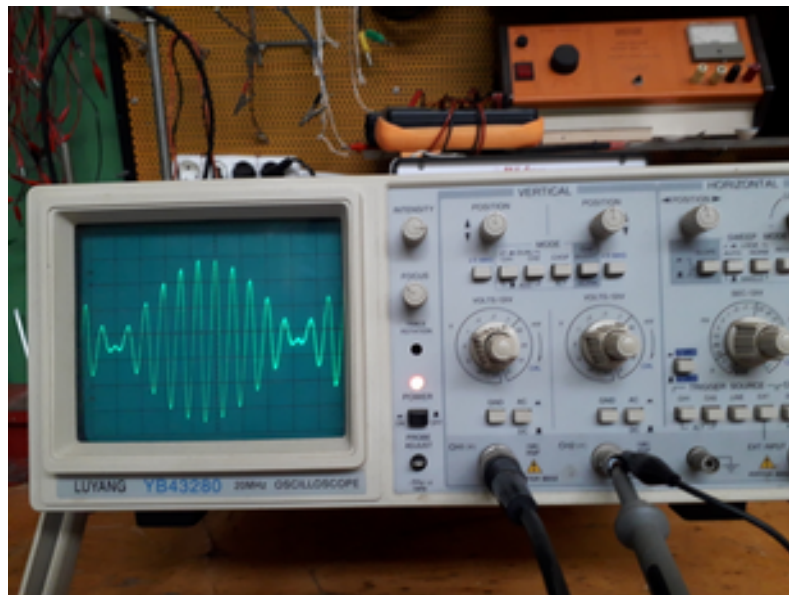
$$f_2 = \frac{N_2}{\Delta t_2} \approx \frac{7}{5} \text{ ms} = 1,4 \text{ kHz}$$

$$f_1 - f_2 \approx 100 \text{ Hz}$$



2. Πλάτος ταλάντωσης:  $A_1 = A_2 = 1 \text{ V}$  (2V Peak to Peak)
3. Μέγιστο πλάτος διακροτήματος:  $\Delta = 1,9 \text{ V}$  (3,8V Peak to Peak)
4. Περίοδος διακροτήματος:

$$T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|} = 7,2 \text{ ms} \Rightarrow f_1 - f_2 = 139 \text{ Hz}$$



## Σύνθεση Ταλαντώσεων - Διακρότημα : Φύλλο Εργασίας

Όνοματεπώνυμο .....

Τμήμα.....

- A. Ενεργοποίησε τον παλμογράφο και τις γεννήτριες συχνοτήτων. Ρύθμισε τις γεννήτριες σε συχνότητες γύρω στα 1,4 kHz και ίσα πλάτη (amplitude περίπου στο 1/4).

Ελευθέρωσε τα δύο κουμπιά Ch1/Ch2 (και τα δύο έξω – Add). Ρύθμισε λίγο την συχνότητα και το πλάτος από το κουμπί της μίας γεννήτριας μέχρι να φανεί το διακρότημα.

- A.1. Ενεργοποίησε το κανάλι 1 (Ch1) πατώντας το αντίστοιχο κουμπί ώστε να φαίνεται η κυματομορφή **μόνο** του πρώτου σήματος. Μέτρησε την τιμή του πλάτους (λάβε υπόψιν και την ένδειξη του χειριστηρίου Volts/div) και σημείωσε την :

$$V_1 = \dots\dots\dots$$

- A.2. Μέτρησε την συχνότητα του σήματος (η κλίμακα του χρόνου φαίνεται στο χειριστήριο sec/div)

$$f_1 = \dots\dots\dots$$

- A.3. Επανάλαβε για το δεύτερο σήμα (Ch2):

$$V_2 = \dots\dots\dots \quad \& \quad f_2 = \dots\dots\dots$$

- B. Ελευθέρωσε ξανά τα δύο κουμπιά Ch1/Ch2 ώστε να φανεί το διακρότημα.

- B.1. Μέτρησε την μέγιστη τιμή  $\Delta_{max}$  του πλάτους της σύνθετης ταλάντωσης (μέγιστο πλάτος του διακροτήματος).

$$\Delta_{max} = \dots\dots\dots$$

- B.2. Τι σχέση έχει αυτό το πλάτος με αυτά των επιμέρους (συνιστωσών) ταλαντώσεων;

.....  
 .....

- B.3. Μέτρησε τον χρόνο ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους (περίοδος διακροτήματος) και (με την χρήση της κατάλληλης θεωρίας), υπολόγισε την διαφορά συχνοτήτων των δυο συνιστωσών ταλαντώσεων.

$$T_\delta = \dots\dots\dots$$

.....  
 .....

$$|f_1 - f_2| = \dots\dots\dots$$

- B.4. Σύγκρινε την διαφορά αυτήν με αυτήν που προκύπτει από την δραστηριότητα A. Ποια μέτρηση θεωρείς ότι είναι ακριβέστερη;

.....  
 .....

B.5. Μπορείς να δώσεις μία εξήγηση για το “απόλυτο” στην διαφορά των συχνοτήτων; (αν θες πειραματίσου με τις συχνότητες)

.....  
 .....

Γ. Παρατήρησε την κυματομορφή που εμφανίζεται, και απάντησε τις ακόλουθες ερωτήσεις (αν θέλεις μπορείς να πειραματιστείς με τις τιμές της συχνότητας και του πλάτους των ταλαντώσεων)

Γ.1. Αν η σύνθετη ταλάντωση αντιστοιχούσε σε κάποιον ήχο, πως θα περίμενες να ακούγεται;

.....  
 .....

Γ.2. Αν οι δύο επιμέρους ταλαντώσεις δεν είχαν ίσα πλάτη πως θα μεταβαλλόταν η κυματομορφή της σύνθετης ταλάντωσης;

.....  
 .....

Γ.3. Αν η διαφορά των συχνοτήτων ήταν μεγάλη θα ήταν αντιληπτή αυτή η περιοδική αυξομείωση του πλάτους (διακρότημα);

.....

Δ. Άλλαξε αισθητά το πλάτος και την συχνότητα της πρώτης ταλάντωσης (π.χ.  $f_1 \approx 2\text{kHz}$ ) και το πλάτος σχεδόν διπλάσιο.

Δ.1. Προσπάθησε να ρυθμίσεις την δεύτερη γεννήτρια ώστε να εμφανιστεί πάλι διακρότημα

Δ.2. Μέτρησε τις τιμές των επιμέρους συχνοτήτων και πλατών με την βοήθεια του παλμογράφου και επιβεβαίωσε ή διέψευσε τις ακόλουθες ερωτήσεις.

α. Το διακρότημα εμφανίζεται όταν οι συνιστώσες ταλαντώσεις έχουν ίσα πλάτη

β. Η συχνότητα του διακροτήματος είναι ίση με αυτή των συνιστωσών ταλαντώσεων

γ. Αν η διαφορά των επιμέρους συχνοτήτων ήταν μεγάλη προκύπτει σύνθετη ταλάντωση αλλά όχι διακρότημα.

δ. Αν μπορούσαμε να έχουμε ακριβώς ίσες συχνότητες  $f_1$  &  $f_2$  η περίοδος του “διακροτήματος” θα ήταν άπειρη, δηλ. το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης θα ήταν σταθερό.

Ε. Αν οι συνιστώσες ταλαντώσεις ήταν ηχητικές, θα μπορούσες να τις χρησιμοποιήσεις φτιάχνοντας διακρότημα για να κουρδίσεις ένα μουσικό όργανο (π.χ. μια κιθάρα;)

.....  
 .....