

Παρατήρηση: Σε όλες τις ασκήσεις του φυλλαδίου τα αντικείμενα θεωρούμε ότι οι δυνάμεις ασκούνται στο κέντρο μάζας των αντικειμένων έτσι ώστε αυτά κινούνται μόνο μεταφορικά, χωρίς να μπορούν να περιστραφούν. Επίσης, για όπου χρειάζεται θεωρήσε δεδομένο ότι $g = 10\text{m/s}^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

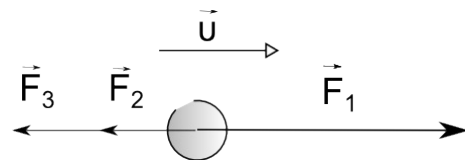
Έργο Δύναμης

Έργο σταθερής δύναμης

1. Σε ένα κουτί που αρχικά βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκούμε μία οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου, $F = 10\text{N}$. Η μάζα του κουτιού είναι $m = 2\text{kg}$.

- A. Σχεδιάσε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο.
- B. Ποιο είναι το έργο της κάθε μίας από τις δυνάμεις που σχεδίασες, όταν το κιβώτιο έχει μετακινηθεί κατά $s = 2\text{m}$;
- Γ. Υπολόγισε την επιτάχυνση που απέκτησε το κιβώτιο;
- Δ. Πόσος χρόνος χρειάστηκε για διανύσει το κιβώτιο την προηγούμενη απόσταση;

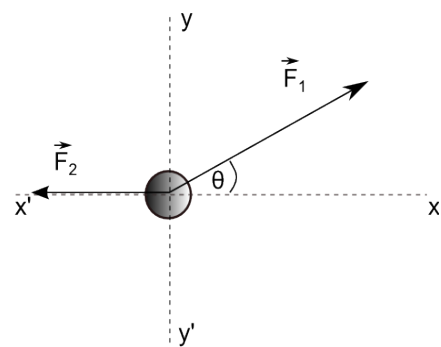
2. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται ένα αντικείμενο που κινείται με σταθερή ταχύτητα σε ευθεία τροχιά. Οι δυνάμεις που του ασκούνται έχουν μέτρο $F_1 = 15\text{N}$, $F_2 = 5\text{N}$, $F_3 = 10\text{N}$ και το κιβώτιο κατά την κίνηση του διανύει απόσταση $s = 2\text{m}$.



- A. Πόσο είναι το έργο της κάθε μίας από τις τρεις δυνάμεις;
 - B. Τι πρόσημο έχει το κάθε ένα από τα προηγούμενα έργα; Εξήγησε.
 - Γ. Πόσο είναι το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα;
3. Στο οριζόντιο τραπέζι, σπρώχνουμε ένα βιβλίο μάζας $m = 0,5\text{kg}$, ασκώντας σταθερή δύναμη $F = 1\text{N}$. Αν γνωρίζουμε ότι το βιβλίο κινείται με σταθερή ταχύτητα:
 - A. Σχεδιάσε τις δυνάμεις που του ασκούνται

- B. Ποιο είναι το μέτρο της τριβής που δέχεται το βιβλίο;
- Γ. Υπολόγισε το έργο κάθε μίας από τις επιμέρους δυνάμεις, όταν το βιβλίο έχει μετακινηθεί κατά απόσταση $s = 20\text{cm}$.
- Δ. Ποιο είναι το συνολικό έργο των δυνάμεων κατά την προηγούμενη διαδρομή;
4. Στην επιφάνεια ενός τραπέζιου με μεγάλο μήκος, σπρώχνουμε ένα βιβλίο έτσι ώστε να αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $v = 1\text{m/s}$. Η δύναμη που ασκήσαμε για να επιταχύνουμε το βιβλίο ήταν σταθερή με μέτρο $F = 2\text{N}$, και η απόσταση που χρειαστήκαμε για να το επιταχύνουμε ήταν $s_1 = 25\text{cm}$.
- A. Πόση έργο παρήγαγε η δύναμη που ασκήσαμε στο βιβλίο;
Μόλις το βιβλίο αποκτήσει την προηγούμενη τιμή ταχύτητας, το αφήνουμε ελεύθερο (σταματάμε να το σπρώχνουμε). Με δεδομένο ότι η μάζα του είναι $m = 500\text{g}$ και ο συντελεστής τριβής με το τραπέζι είναι $\mu = 0,2$
- B. σχεδίασε τις δυνάμεις που του ασκούνται (μετά που το αφήσαμε ελεύθερο) και υπολόγισε το μέτρο της δύναμης τριβής που δέχεται.
- Γ. Πόση απόσταση χρειάζεται για να σταματήσει;
- Δ. Υπολόγισε το έργο της τριβής κατά την διάρκεια της επιβράδυνσης του βιβλίου.

5. Στο αντικείμενο του διπλανού σχήματος ασκούνται οι δυνάμεις με μέτρο $F_1 = 6\text{N}$ και $F_2 = 3\text{N}$. Η γωνία θ είναι 30° και το αντικείμενο κινείται στην διεύθυνση $x'x$, διανύοντας απόσταση $s = 2\text{m}$.

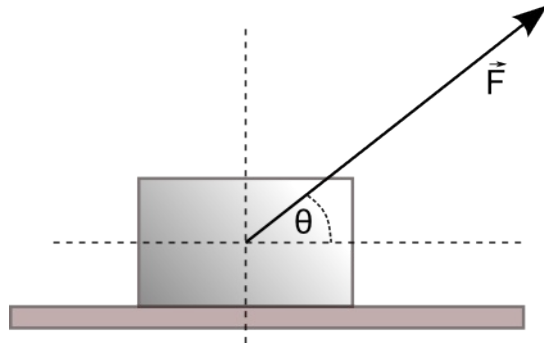


- A. Πόσο είναι το έργο της κάθε μίας από τις δύο δυνάμεις;
- B. Ποιο είναι το συνολικό έργο που παράγεται πάνω στο αντικείμενο;

Γ. Πιστεύεις ότι ασκείται κάποια επιπλέον δύναμη στην διεύθυνση $y'y$; Αν ναι, πόσο είναι το έργο της; (εξήγησε...)

Δίνεται: $\eta\mu 30^\circ = 0,5$ & $\sigma\upsilon\nu 30^\circ \approx 0,9$

6. Τραβάμε το κιβώτιο του σχήματος με μία δύναμη μέτρου $F = 20\text{N}$, υπό γωνία $\theta = 45^\circ$. Η μάζα του κιβωτίου είναι $m = 5\text{kg}$ και ο συντελεστής τριβής που εμφανίζει με το οριζόντιο δάπεδο είναι $\mu = 0,25$.



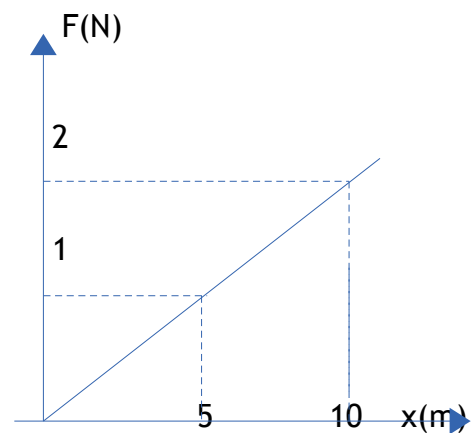
- A. Υπολόγισε την τιμή της τριβής που δέχεται το κιβώτιο κατά την διάρκεια της κίνησης του.
- B. Πόση επιτάχυνση αποκτάει το κιβώτιο;
- Γ. Υπολόγισε την απόσταση που διανύει σε χρόνο $\Delta t = 3\text{sec}$, αν γνωρίζεις ότι αρχικά ήταν ακίνητο.
- Δ. Πόσο είναι το έργο κάθε μίας από τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο, για την μετακίνηση που υπολόγισες στο προηγούμενο ερώτημα.

Δίνεται: $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ \approx 0,7$

Έργο μεταβλητής δύναμης

7. Σε ένα μικρό αντικείμενο ασκείται συνολική δύναμη η οποία μεταβάλλεται κατά την διάρκεια της κίνησης του αντικειμένου όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

- A. Μπορούμε να πούμε ότι η κίνηση του αντικειμένου είναι ομαλά επιταχυνόμενη;
- B. Υπολόγισε το έργο της δύναμης κατά την μετακίνηση του αντικειμένου



i) από $0 \rightarrow 5m$

ii) από $0 \rightarrow 10m$

Γ. Είναι σωστό να πούμε ότι για διπλάσια μετακίνηση η δύναμη παρήγαγε διπλάσιο έργο;

8. Ένα μικρό αντικείμενο που κινείται σε οριζόντια διεύθυνση δέχεται οριζόντια δύναμη \vec{F} , το μέτρο της οποίας δίνεται από την εξίσωση:

$$F = 2 + 4x \text{ (S.I.)}$$

(x , η μετατόπιση του αντικειμένου από την αρχική του θέση).

A. Ποιο είναι το μέτρο της δύναμης, όταν το αντικείμενο έχει διανύσει απόσταση

i) $x_1 = 1m$ και ii) $x_2 = 3m$;

B. Φτιάξε το διάγραμμα της δύναμης F σε συνάρτηση με την απόσταση x σε αριθμημένους άξονες.

Γ. Πόσο είναι το έργο της δύναμης κατά την μετακίνηση:

i) $0 \rightarrow 1m$ ii) $0 \rightarrow 3m$ iii) $1 \rightarrow 3m$

9. Στο κουτί του σχήματος ασκείται η δύναμη \vec{F} το μέτρο της οποίας υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$F = 10 + x \text{ (S.I.)},$$

όπου x μετατόπιση του αντικειμένου από την αρχική του θέση.

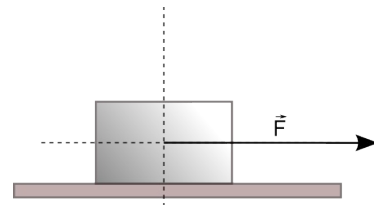
Η τριβή που δέχεται το κουτί κατά την διάρκεια της κίνησης του έχει σταθερό μέτρο $T = 10N$.

A. Σχεδιάσε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κουτί.

B. Φτιάξε τις γραφικές παραστάσεις της δύναμης \vec{F} και της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το κουτί, σε συνάρτηση με την απόσταση x .

Γ. Υπολόγισε το έργο της δύναμης \vec{F} , για μετατόπιση κατά $2m$.

Δ. Πόσο είναι το συνολικό έργο για την προηγούμενη μετατόπιση;



Κινητική ενέργεια - Θ.Μ.Κ.Ε.

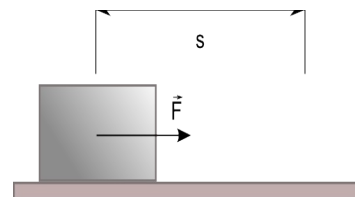
10. Ένα αυτοκίνητο και μία μοτοσυκλέτα κινούνται στην εθνική οδό με ταχύτητες μέτρου $v_a = 72\text{km/h}$ και $v_{\mu} = 108\text{km/h}$ αντίστοιχα. Η μάζα του αυτοκινήτου είναι $m_a = 1000\text{kg}$, της μοτοσυκλέτας $m_{\mu} = 160\text{kg}$, ενώ οι δύο οδηγοί έχουν ίσες μάζες, $M = 80\text{kg}$ ο κάθε ένας.



- A. Ποια είναι η τιμή της κάθε ταχύτητας, στο διεθνές σύστημα μονάδων; (S.I.)
- B. Υπολόγισε την κινητική ενέργεια που έχει το κάθε όχημα (μαζί με τον οδηγό του)
- Γ. Πόση κινητική ενέργεια έχει ο κάθε ένας από τους δύο οδηγούς;



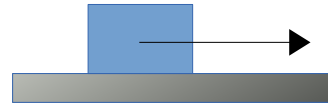
11. Το κιβώτιο του σχήματος έχει μάζα $m = 2\text{kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Του ασκούμε μια οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου $F = 1\text{N}$, έτσι ώστε να μετακινηθεί σε απόσταση $\Delta x = 2\text{m}$.



- A. Πόση επιτάχυνση αποκτάει το κιβώτιο;
- B. Πόσος χρόνος χρειάζεται για να διανύσει την προηγούμενη απόσταση;
- Γ. Υπολόγισε την ταχύτητα που έχει αποκτήσει στο τέλος της διαδρομής των 2m .
- Δ. Για την προηγούμενη μετακίνηση:
- Υπολόγισε το έργο της δύναμης \vec{F} .
 - Πόση κινητική ενέργεια απόκτησε;
 - Σύγκρινε τα δύο προηγούμενα αποτελέσματα. Ποιος νομίζεις ότι πρόσφερε την ενέργεια στο κιβώτιο;

12. Ένας ποδηλάτης κινείται αρχικά με ταχύτητα σταθερού μέτρου $v_1 = 2\text{ m/s}$. Κάποια στιγμή αποφασίζει να κινηθεί με την διπλάσια ταχύτητα, δηλ. $v_2 = 4\text{ m/s}$. Αν η μάζα του, μαζί με αυτήν του ποδηλάτου, είναι $m_{ολ} = 80\text{ kg}$, υπολόγισε:
- Την κινητική ενέργεια που έχει σε κάθε μία περίπτωση κίνησης.
 - Κατά τον διπλασιασμό της ταχύτητας, διπλασιάστηκε και η κινητική ενέργεια; Σχολίασε...
 - Πόση παραπάνω ενέργεια χρειάστηκε να δαπανήσει ο ποδηλάτης, για να αυξήσει την ταχύτητα του; (Θεωρούμε αμελητέες τις απώλειες λόγω αντίστασης του αέρα και των τριβών...)
13. Ένα μικρό αντικείμενο αρχικά είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή του ασκούμε οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 0,8\text{ N}$, έτσι ώστε να διανύσει απόσταση $s = 0,5\text{ m}$. Αν η μάζα του αντικειμένου είναι $m = 1\text{ kg}$, υπολόγισε:
- Το έργο της δύναμης \vec{F} , κατά την μετακίνηση.
 - Πόση κινητική ενέργεια απέκτησε το αντικείμενο;
 - Με πόση ταχύτητα κινείται στο τέλος της διαδρομής;
14. Ένα σώμα κινείται αρχικά με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 1\text{ m/s}$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή του ασκούμε οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 2\text{ N}$, έτσι ώστε να η ταχύτητα του να γίνει $v_2 = 2\text{ m/s}$. Αν η μάζα του αντικειμένου είναι $m = 2\text{ kg}$, υπολόγισε:
- Την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος.
 - Πόσο έργο παρήγαγε η δύναμη \vec{F} ;
 - Πόση απόσταση χρειάστηκε να διανύσει το αντικείμενο για να αποκτήσει την ταχύτητα v_2 ;

15. Στο τραπέζι του σχήματος βρίσκεται αρχικά ακίνητο ένα μικρό κουτί μάζας $m = 0,5\text{kg}$. Κάποια στιγμή του ασκούμε οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 2\text{N}$ έτσι ώστε το κουτί να αρχίσει να κινείται



με σταθερή επιτάχυνση. Την στιγμή που το κουτί έχει μετακινηθεί κατά απόσταση $\Delta x = 30\text{cm}$, υπολόγισε:

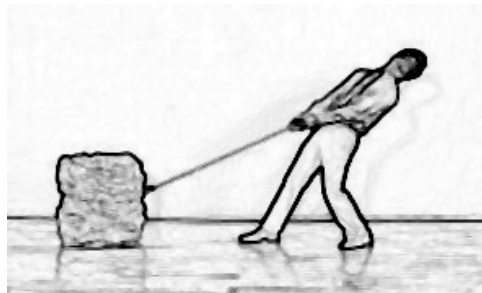
- A. Το έργο που έχει παράγει η δύναμη \vec{F} .
 B. Πόσο είναι το έργο της τριβής για αυτήν την διαδρομή.
 Γ. Πόση κινητική ενέργεια έχει αποκτήσει.
 Δ. Την ταχύτητα με την οποία κινείται.

Δίνεται: $\mu = 0,1$.

16. Ένα μικρό αντικείμενο μάζας $m = 0,4\text{kg}$, κινείται σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,3$. Κάποια στιγμή και ενώ η ταχύτητα του έχει μέτρο $v_1 = 2\text{m/s}$, αρχίζει να του ασκείται μία σταθερή οριζόντια δύναμη \vec{F} . Έτσι το αντικείμενο, αφού διανύσει απόσταση $d = 0,6\text{m}$ να αποκτάει ταχύτητα $v_2 = 5\text{m/s}$.

- A. Πόση είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κατά την διάρκεια της προηγούμενης μετατόπισης;
 B. Πόση είναι η συνισταμένη δύναμη που δέχτηκε;
 Γ. Υπολόγισε το μέτρο της δύναμης \vec{F}
 Δ. Πόσο έργο παρήγαγε η δύναμη που ασκήσαμε και πόση θερμότητα αναπτύχθηκε κατά την διάρκεια της μετακίνησης d ;

17. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται ένα κιβώτιο μάζας $m = 2\text{kg}$ σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ανάμεσα το κιβώτιο και το επίπεδο είναι $\mu = 0,2$ ενώ

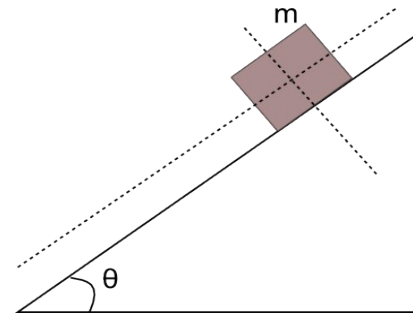


η δύναμη που ασκούμε υπό γωνία $\theta = 30^\circ$ έχει μέτρο $F = 8\text{N}$. Το κιβώτιο αρχικά ήταν ακίνητο.

- A. Πόσο έργο θα παράγουμε μέσω της δύναμης \vec{F} για να μετακινήσουμε το κιβώτιο κατά $\Delta x = 1\text{m}$;
- B. Πόση θερμότητα θα αναπτυχθεί κατά αυτήν την μετακίνηση, λόγω της τριβής;
- Γ. Πόση ενέργεια προσφέρθηκε τελικά στο κιβώτιο;
- Δ. Υπολόγισε την ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει στο τέλος της μετατόπισης Δx .

Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = 0,5$ ϵ $\sigma\upsilon\nu 30^\circ \approx 0,9$

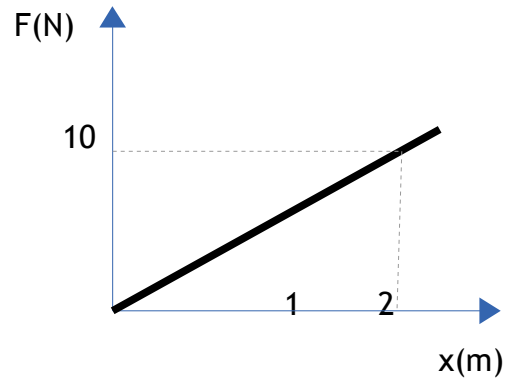
18. Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος αφήνουμε το αντικείμενο που απεικονίζεται να κινηθεί έτσι ώστε να φτάσει στη βάση του επιπέδου που απέχει απόσταση $d = 80\text{cm}$. Η κλίση του επιπέδου είναι $\theta = 45^\circ$. Η μάζα του κιβωτίου είναι $m = 0,4\text{kg}$, ο συντελεστής τριβής με το επίπεδο είναι $\mu = 0,1$.



- A. Σχεδιάσε τις δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο, και αφού τις αναλύσεις σε άξονες παράλληλα και κάθετα στο επίπεδο, υπολόγισε την τριβή που δέχεται.
- B. Πόσο είναι το έργο κάθε μίας από τις δυνάμεις κατά την διάρκεια της καθόδου του αντικειμένου;
- Γ. Υπολόγισε την ταχύτητα με την οποία φτάνει το αντικείμενο στην βάση του επιπέδου.
- Δ. Πόση επιτάχυνση είχε κατά τη διάρκεια της κίνησης του;

Δίνονται: $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ \approx 0,7$

19. Ένα μικρό σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$ αρχικά ακίνητο, δέχεται μία δύναμη της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Θεωρώντας ότι δεν ασκούνται άλλες δυνάμεις στο σώμα



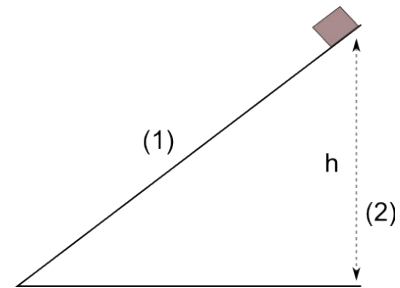
- A. Υπολόγισε το έργο της δύναμης όταν έχει προκαλέσει μετακίνηση $s = 2\text{m}$.
- B. Πόση κινητική ενέργεια έχει αποκτήσει τότε το σώμα;
- Γ. Με πόση ταχύτητα κινείται;
- Δ. Αν αντικαθιστούσαμε την συγκεκριμένη δύναμη με μία άλλη σταθερού μέτρου F' , ώστε το σώμα να αποκτήσει την ίδια κινητική ενέργεια στην ίδια απόσταση, ποιο θα έπρεπε να είναι το μέτρο της;

Βαρυτική Δυναμική Ενέργεια – Α.Δ.Μ.Ε.

20. Το στυλό που βρίσκεται πάνω στο τραπέζι έχει μάζα $m = 20g$. Με δεδομένο ότι το τραπέζι βρίσκεται σε ύψος $h = 70cm$ από το πάτωμα, να υπολογίσεις:
- A. Την βαρυτική δυναμική ενέργεια που έχει το στυλό σε σχέση με το πάτωμα.
 - B. Αν το αφήσουμε να πέσει στο πάτωμα, πόση θα γίνει η ενέργεια αυτή;
 - Γ. Πόσο είναι το έργο του βάρους κατά την κίνηση αυτή;
 - Δ. Πόσο μεταβλήθηκε η βαρυτική δυναμική του ενέργεια, κατά την πτώση του;
21. Μια μικρή πέτρα μάζας $m = 0,1kg$ βρίσκεται αρχικά ακίνητη σε ύψος $h_1 = 2m$ πάνω από το έδαφος. Την αφήνουμε ελεύθερη να πέσει. Πόση βαρυτική δυναμική ενέργεια έχει η πέτρα την στιγμή που βρίσκεται
- A. στην αρχική της θέση
 - B. σε ύψος $h_2 = 1m$ πάνω από το έδαφος;
 - Γ. Πόσο είναι το έργο του βάρους κατά την πτώση της πέτρας από $h_1 = 2m$ σε $h_2 = 1m$;
 - Δ. Πόση είναι η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής της ενέργειας και τι σχέση έχει με το έργο του βάρους;
- Θεώρησε ως επίπεδο αναφοράς το έδαφος.
22. Εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα πάνω μία μικρή σφαίρα μάζας $m = 200g$, με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_{αρχ} = 5m/s$. Θεωρώντας ως επίπεδο αναφοράς το έδαφος,
- A. υπολόγισε την αρχική δυναμική και την κινητική του ενέργεια.
 - B. Σε πόσο ύψος φτάνει το σώμα;
 - Γ. Πόση δυναμική και πόση κινητική ενέργεια έχει στο ύψος αυτό;
 - Δ. Τι σχέση έχει η αρχική κινητική του ενέργεια (την στιγμή που το εκτοξεύσαμε, και η Βαρ. Δυναμική του ενέργεια την στιγμή που έφτασε στο μέγιστο ύψος και σταμάτησε στιγμιαία;
 - E. Πόση είναι η συνολική του ενέργεια στις δύο προηγούμενες θέσεις;

23. Από μία ταράτσα που βρίσκεται σε ύψος $h = 20m$ πάνω από το έδαφος, εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα κάτω ένα μικρό αντικείμενο μάζας $m = 0,4kg$ με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2m/s$.
- A. Πόση μηχανική ενέργεια έχει το αντικείμενο την στιγμή της εκτόξευσης;
- B. Πόση Μηχανική και πόση Κινητική Ενέργεια έχει την στιγμή που φτάνει στο έδαφος;
- Γ. Με πόση ταχύτητα φτάνει στο έδαφος
- Δ. Υπολόγισε την Βαρυτική και την Κινητική του Ενέργεια την στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = 15m$.

24. Από το πάνω άκρο ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου αφήνουμε να γλιστρήσει ένα μικρό κομμάτι πάγου. Το ύψος που αρχικά βρισκόταν το παγάκι σε σχέση με το έδαφος ήταν $h = 0,8m$.



- A. Υπολόγισε την ταχύτητα με την οποία φτάνει το παγάκι στην βάση του επιπέδου.
- B. Πόση ταχύτητα είχε το παγάκι στο μέσο της διαδρομής;
- Γ. Αν αφήναμε το παγάκι να φτάσει στο έδαφος από το ίδιο ύψος, πέφτοντας όμως κατακόρυφα, θα έφτανε με μεγαλύτερη, μικρότερη ή την ίδια ταχύτητα; Εξήγησε.
- Δ. Πόσο είναι το έργο του βάρους σε κάθε μία από τις δύο διαδρομές; (1,2);